

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Директор физтех-школы
прикладной математики и
информатики
А.М. Райгородский**

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Дополнительные главы теории вероятностей и теории меры
по направлению:	Прикладная математика и информатика
профиль подготовки:	Прикладная математика, компьютерные науки и инженерия Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра дискретной математики
курс:	3
квалификация:	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 5 (осенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 75 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Программу составил: Н.В. Богачев, канд. физ.-мат. наук

Программа обсуждена на заседании кафедры дискретной математики 05.03.2022

Аннотация

Курс посвящен изучению различных вероятностных моделей, относящихся к теории случайных процессов и математической статистике. Будут рассмотрены классические модели, как с дискретным, так и непрерывным временем, а также их применения в математической статистике. От слушателей потребуется знание базового курса теории вероятностей и математической статистики (в любом варианте).

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

Познакомить студентов с различными вероятностными моделями, относящимися к теории случайных процессов и математической статистике.

Задачи дисциплины

- Делать правильные выводы из сопоставления результатов теории и эксперимента;
- алгоритмизировать процесс построения математической модели явления;
- делать качественные выводы по результатам математического моделирования;
- получать наилучшие оценки изучаемых параметров и правильно оценивать степень их достоверности.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-4 Способен осуществлять сбор и обработку научно-технической и (или) технологической информации для решения фундаментальных и прикладных задач	ОПК-4.1 Владеет методами научного поиска и интеллектуального анализа информации при решении задач профессиональной деятельности
	ОПК-4.2 Знает основные источники научно-технической и (или) технологической информации в области профессиональной деятельности
	ОПК-4.3 Умеет составлять аннотации, рефераты, библиографические перечни и обзоры информации в области своей профессиональной деятельности
	ОПК-4.4 Владеет навыками работы с компьютером и компьютерными сетями с целью получения, хранения и обработки научной (технической, технологической) информации
ОПК-5 Способен участвовать в проведении фундаментальных и прикладных исследований и разработок, самостоятельно осваивать новые теоретические, в том числе, математические методы исследований и работать на современной экспериментальной научно-исследовательской, измерительно-аналитической и технологической аппаратуре	ОПК-5.1 Способен решать поставленные задачи в области теоретических и экспериментальных исследований и разработок
	ОПК-5.2 Обладает способностью к освоению новых знаний на основе изучения литературы, научных статей и других источников
	ОПК-5.3 Способен к профессиональной эксплуатации современной экспериментальной научно-исследовательской (измерительно-аналитической и технологической) аппаратуры
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели

новые научные результаты	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.1 Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации
	ПК-2.2 Способен планировать и проводить научные исследования самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого научного коллектива
	ПК-2.3 Способен проводить апробацию результатов научно-исследовательской работы посредством публикации научных статей и участия в конференциях

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- Аксиоматику современной теории вероятностей;
- методы оценивания параметров вероятностных распределений;
- построение доверительных интервалов;
- статистические выводы, проверка гипотез;
- линейная и полиномиальная регрессия;
- понятие измеримой функции (случайной величины) и виды сходимости их последовательностей.

уметь:

- Условные математические ожидания и их свойства;
- основные понятия теории мартингалов,
- методы фильтрации для линейных моделей случайных процессов;
- делать правильные выводы из сопоставления результатов теории и эксперимента;
- алгоритмизировать процесс построения математической модели явления;
- делать качественные выводы по результатам математического моделирования;
- получать наилучшие оценки изучаемых параметров и правильно оценивать степень их достоверности.

владеть:

- Навыками освоения большого объема информации;
- навыками грамотной обработки результатов опыта и сопоставления с теоретическими данными;
- практикой исследования и решения теоретических и прикладных задач;
- навыками теоретического анализа вероятностных процессов.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Напоминание основных концепций базового курса теории меры	6	6		15
2	Дополнительное обсуждение сигма-алгебр	6	6		15
3	Суслинские множества как проекции	6	6		15
4	Преобразования мер.	6	6		15

5	Слабая топология пространств интегрируемых функций	6	6		15
Итого часов		30	30		75
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 5 (Осенний)

1. Напоминание основных концепций базового курса теории меры

Сигма-алгебры, меры, измеримые функции, интеграл Лебега.

2. Дополнительное обсуждение сигма-алгебр

теорема Дуба. Борелевские множества. Операция Суслина и суслинские множества.

3. Суслинские множества как проекции

Сохранение измеримости при операции Суслина. Отображения суслинских множеств. Борелевские меры. Радоновские меры. Теоремы об измеримом выборе.

4. Преобразования мер.

Условные меры и условные математические ожидания. Существование условных мер.

5. Слабая топология пространств интегрируемых функций

Слабая компактность и равномерная интегрируемость. Слабая сходимости мер. Норма Канторовича. Слабая компактность. Теорема Прохорова. Представление Скорохода.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Стандартная учебная аудитория.

6.Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Задачи по теории вероятностей [Текст] / А. Н. Ширяев, М., МЦНМО, 2006

Дополнительная литература

1. Теория случайных процессов в примерах и задачах [Текст] : [учеб. пособия для вузов] / Б. М. Миллер, А. Р. Панков; под ред. А. И. Кибзуна .— М : ФИЗМАТЛИТ, 2002 .— 320 с.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

<http://dm.fizteh.ru/>

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

1. Рекомендуется успешно сдавать контрольные работы, так как это упрощает итоговую аттестацию по предмету.
2. Для подготовки к итоговой аттестации по предмету лучше всего пользоваться материалами лекций.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Прикладная математика и информатика
профиль подготовки:	Прикладная математика, компьютерные науки и инженерия Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра дискретной математики
курс:	<u>3</u>
квалификация:	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 5 (осенний) - Дифференцированный зачет

Разработчик: Н.В. Богачев, канд. физ.-мат. наук

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-4 Способен осуществлять сбор и обработку научно-технической и (или) технологической информации для решения фундаментальных и прикладных задач	ОПК-4.1 Владеет методами научного поиска и интеллектуального анализа информации при решении задач профессиональной деятельности
	ОПК-4.2 Знает основные источники научно-технической и (или) технологической информации в области профессиональной деятельности
	ОПК-4.3 Умеет составлять аннотации, рефераты, библиографические перечни и обзоры информации в области своей профессиональной деятельности
	ОПК-4.4 Владеет навыками работы с компьютером и компьютерными сетями с целью получения, хранения и обработки научной (технической, технологической) информации
ОПК-5 Способен участвовать в проведении фундаментальных и прикладных исследований и разработок, самостоятельно осваивать новые теоретические, в том числе, математические методы исследований и работать на современной экспериментальной научно-исследовательской, измерительно-аналитической и технологической аппаратуре	ОПК-5.1 Способен решать поставленные задачи в области теоретических и экспериментальных исследований и разработок
	ОПК-5.2 Обладает способностью к освоению новых знаний на основе изучения литературы, научных статей и других источников
	ОПК-5.3 Способен к профессиональной эксплуатации современной экспериментальной научно-исследовательской (измерительно-аналитической и технологической) аппаратуры
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.1 Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации
	ПК-2.2 Способен планировать и проводить научные исследования самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого научного коллектива
	ПК-2.3 Способен проводить апробацию результатов научно-исследовательской работы посредством публикации научных статей и участия в конференциях

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Дополнительные главы теории вероятностей и теории меры» обучающийся должен:

знать:

- Аксиоматику современной теории вероятностей;
- методы оценивания параметров вероятностных распределений;
- построение доверительных интервалов;
- статистические выводы, проверка гипотез;
- линейная и полиномиальная регрессия;
- понятие измеримой функции (случайной величины) и виды сходимости их последовательностей.

уметь:

- Условные математические ожидания и их свойства;
- основные понятия теории мартингалов,
- методы фильтрации для линейных моделей случайных процессов;
- делать правильные выводы из сопоставления результатов теории и эксперимента;
- алгоритмизировать процесс построения математической модели явления;
- делать качественные выводы по результатам математического моделирования;
- получать наилучшие оценки изучаемых параметров и правильно оценивать степень их достоверности.

владеть:

- Навыками освоения большого объема информации;
- навыками грамотной обработки результатов опыта и сопоставления с теоретическими данными;
- практикой исследования и решения теоретических и прикладных задач;
- навыками теоретического анализа вероятностных процессов.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

С целью контроля освоения обучающимися учебного материала проводится устный опрос в начале занятия или в конце занятия по пройденной теме.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

- 1) Определения вероятностного пространства и случайной величины.
- 2) Функция распределения случайной величины и ее свойства.
- 3) Характеристическая функция ее свойства
- 4) Оценки среднего и дисперсии случайной величины
- 5) Сходимость последовательности случайных величин по вероятности. Примеры.
- 6) Сходимость последовательности случайных величин с вероятностью единица. Примеры.
- 7) Связь сходимости последовательности случайных величин по вероятности и с вероятностью единица. Примеры.
- 8) Интеграл Лебега от простых функций. Общее определение интеграла Лебега.
- 9) Абсолютная непрерывность мер. Теорема Радона-Никодима.
- 10) Замена переменных в интеграле Лебега. Теорема Фубини.
- 11) Теоремы о предельном переходе под знаком интеграла Лебега.
- 12) Лемма Фату.
- 13) Условные математические ожидания и условные вероятности. Определения. Основные свойства.
- 14) Мартингалы и полумартингалы. Примеры.
- 15) Неравенства для мартингалов.
- 16) Остановленные мартингалы, тождества Вальда.

Критерии оценивания

- оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений

- оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
- оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений
- оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач
- оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Во время проведения дифференцированного зачета обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины.